



**Всесибирская открытая олимпиада
школьников по астрономии 2020/21 учебного года**

Очный отборочный этап

7–8 классы



1. В какие дни (даты) высота Солнца над горизонтом в солнечный полдень в Новосибирске (55° с.ш., 83° в.д.) принимает примерно следующие значения:

- | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $-23,5^\circ$; | 4) 35° ; | 7) 90° ; |
| 2) $8,5^\circ$; | 5) $58,5^\circ$; | 8) $97,5^\circ$? |
| 3) $11,5^\circ$; | 6) 83° ; | |

Решение.

- 1) никогда;
- 2) никогда;
- 3) зимнее солнцестояние (21.12);
- 4) оба равноденствия (20.03 и 22.09);
- 5) летнее солнцестояние (20.06);
- 6) никогда;
- 7) никогда;
- 8) никогда.

За каждый правильный ответ **1 балл**. Ответы пп.3)-5) считаются правильными, и если даны только названия дат (например, «солнцестояние» или «зимнее солнцестояние»), и если приведены конкретные числа (± 1 день от приведенной выше даты) или диапазоны чисел (включающие 2-3 последовательные даты, включая дату, приведенную выше).

Если в п. 4) указано только одно равноденствие, за этот пункт балл **не ставится**.

2. Вокруг звезды с массой 2 массы Солнца с периодом 100000 лет вращается легкий коричневый карлик. Найдите линейную скорость движения коричневого карлика по орбите. Для справки – орбитальная скорость Земли примерно 30 км/с.

Решение.

Определено расстояние от коричневого карлика до центральной звезды: $\sqrt[3]{2 \cdot 100000^2} \approx 2700 \text{ а.е. (3 балла)}$. Это расстояние может быть найдено и в а.е., и в метрических единицах, и в других единицах. Во всех этих случаях этап оценивается полностью при любом правильном (в т.ч. разумно округленном) расчете.

Опираясь на формулу первой космической скорости, можно сказать, что скорость коричневого карлика равна орбитальной скорости Земли, умноженной на $\sqrt{\frac{2}{2700}}$, т.е.

$$\sqrt{\frac{2}{2700}} * 30 \frac{\text{км}}{\text{с}} \approx 0,8 \frac{\text{км}}{\text{с}} \text{ (5 баллов).}$$

Эта скорость может быть посчитана другими способами и указана в других единицах (например, в а.е./год и проч.). Во всех этих случаях этап оценивается полностью при любом правильном (в т.ч. разумно округленном) расчете.

3. Считается, что человек способен разглядеть пламя свечи с расстояния 20 км. Телескоп с какими параметрами нужен космонавту на Международной космической станции (высота орбиты — 450 км), чтобы разглядеть пламя свечи на поверхности Земли? Считать атмосферу абсолютно прозрачной и не мешающей наблюдениям.

Решение.

Поток энергии от свечи на расстоянии 450 км в $(450/20)^2=506$ раз меньше, чем от свечи на расстоянии в 20 км **(3 балла)**. Соответственно, телескоп должен увеличивать световой поток «обратно» примерно в **500 раз. (1 балл)**

Если считать телескоп равнозрачковым и принять диаметр отверстия окуляра за 6 мм, то диаметр объектива телескопа считается из соотношения $D^2/d^2 = 500$ **(3 балла)** и получается равным **135 мм (1 балл)**.

Участники могут брать другое значение диаметра зрачка (от 5 мм до 8 мм), при правильности расчётов на оценку задачи это не влияет.

4. Точка Лагранжа L5 Юпитера находится на орбите Юпитера, позади по ходу движения (т.е. эта точка «идет позади» Юпитера, а не «впереди») и образует с Юпитером и Солнцем равносторонний треугольник. В некоторый момент времени один астероид находится в точке L5 Юпитера, а второй – в нижнем соединении относительно Юпитера. При этом, расстояние от Солнца до второго астероида в 2 раза меньше расстояния от Солнца до Юпитера. Найдите расстояние между двумя астероидами в этот момент времени.

Решение.

Расстояние между астероидами это медиана, она же высота, в равностороннем треугольнике со стороной 5,2 а.е. **(4 балла)**

Участник может не указать это в явном виде, но использовать в решении или отобразить на рисунке. В этих случаях этап оценивается полностью.

$$\text{Эта высота равна } \sqrt{5,2^2 - (5,2/2)^2} = 4,5 \text{ а.е. (4 балла)}$$

Участник может указать ответ в а.е. или иных единицах на свой выбор.

Если в результате вычислений по **правильным** формулам участник получил и **указал в качестве правильного** ответ больше 5,2 а.е., за этот этап снимается не 1-2 балла, как при обычной арифметической ошибке из-за невнимательности, а 3 балла. Т.е., в этом случае второй этап решения оценивается не более чем в **1 балл**.

5. Найдите синодический период Марса (относительно Земли), если бы Марс и Земля вращались вокруг Солнца в разных направлениях. Считайте орбиты планет круговыми и лежащими в одной плоскости.

Решение.

Синодический период в этом случае равен $\frac{687 * 365}{687+365} \approx 240$ *суток* (**8 баллов**).

Участник может вывести эту формулу, а может использовать ее, как общеизвестную. Во втором случае никакие баллы за «вывод» формулы **не снимаются**.

Если участнику не удалось вывести правильную формулу, однако он сделал разумные предположения в явном виде или в виде рисунка, без расчета окончательного ответа, за задачу ставится **от 1 до 4 баллов**.

Если в результате вычислений по **правильным** формулам участник получил и **указал в качестве правильного** ответ больше 687 суток, за этот этап снимается не 1-2 балла, как при обычной арифметической ошибке из-за невнимательности, а 4 балла. Т.е., в этом случае, задача оценивается не более чем в **4 балла**.



**Всесибирская открытая олимпиада
школьников по астрономии 2020/21 учебного года**

Очный отборочный этап

9 класс



1. В какие дни (даты) высота Солнца над горизонтом в солнечный полдень в Новосибирске (55° с.ш., 83° в.д.) принимает примерно следующие значения:

- | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $-23,5^\circ$; | 4) 35° ; | 7) 90° ; |
| 2) $8,5^\circ$; | 5) $58,5^\circ$; | 8) $97,5^\circ$? |
| 3) $11,5^\circ$; | 6) 83° ; | |

Решение.

- 1) никогда;
- 2) никогда;
- 3) зимнее солнцестояние (21.12);
- 4) оба равноденствия (20.03 и 22.09);
- 5) летнее солнцестояние (20.06);
- 6) никогда;
- 7) никогда;
- 8) никогда.

За каждый правильный ответ **1 балл**. Ответы пп.3)-5) считаются правильными, и если даны только названия дат (например, «солнцестояние» или «зимнее солнцестояние»), и если приведены конкретные числа (± 1 день от приведенной выше даты) или диапазоны чисел (включающие 2-3 последовательные даты, включая дату, приведенную выше).

Если в п. 4) указано только одно равноденствие, за этот пункт балл **не ставится**.

2. Синодический период Урана составляет 369.66 дней. Определите угловой размер солнечного диска при наблюдении с Урана.

Решение.

По синодическому периоду можно определить сидерический (звёздный) период:
 $1/T = 1/S - 1/Z$, где $Z = 1$ год, S — синодический период, T — сидерический период (**2 балла**). При этом, поскольку синодический период не слишком отличается от продолжительности тропического года, последний нужно подставлять в достаточно точном выражении (365,24 суток).

Отсюда $T = 84$ года (**2 балла**). Если из-за ошибок в расчётах или из-за неточности в значении года ответ получился отличающимся более чем на 10%, это этап не оценивается (0 баллов), при этом последующие этапы оцениваются в полной мере.

По сидерическому периоду из третьего закона Кеплера находим радиус орбиты: $T^2 = R^3$, значит, $R = 84^{2/3} = 19,2$ а.е. (**2 балла**). Если это значение берётся из справочных данных либо принимается «общеизвестным» (расчёты не приведены), данный этап не оценивается.

Угловой размер Солнца можно рассчитать напрямую как отношение диаметра (1,4 млн км) к расстоянию (19,2 а.е. = 2880 млн км). Второй вариант решения: угловой диаметр Солнца при наблюдении с Земли можно считать общеизвестным (около 30'), а угловой размер Солнца с Урана в 19,2 раза меньше, то есть равен $30' / 19,2 = 1,56' = 94''$.

Оба варианта расчёта при отсутствии ошибок оцениваются в **2 балла**.

3. Шаровое звёздное скопление М3 в созвездии Гонимые Псы имеет диаметр 360 св. лет и содержит около 500 тыс. звёзд, при этом «средняя» звезда скопления похожа по параметрам на Солнце. Космический корабль с выключенными двигателями находится на границе этого скопления. Какое ускорение свободного падения действует на корабль со стороны скопления?

Решение.

Космический корабль на границе скопления притягивается всеми его звёздами. При этом, поскольку шаровое скопление более-менее сферически симметрично, можно всю массу скопления «сконцентрировать» в его центре, от этого структура гравитационного поля за пределами скопления не изменится. (**3 балла**)

Это утверждение может не быть прописано явно, но использоваться в формулах при решении. В этом случае оценка за этап не снижается.

Общая масса скопления $M = 5 \cdot 10^5 M_{\odot} = 10^{36}$ кг. (**1 балл**)

Ускорение свободного падения равно $g = GM / R^2$ (**2 балла**) $= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{36} / (360 \cdot 10^{16})^2 = 5 \cdot 10^{-11}$ м/с² (**2 балла**).

4. Считается, что человек способен разглядеть пламя свечи с расстояния 20 км. Телескоп с какими параметрами нужен космонавту на Международной космической станции (высота орбиты — 450 км), чтобы разглядеть пламя свечи на поверхности Земли? Считать атмосферу абсолютно прозрачной и не мешающей наблюдениям.

Решение.

Поток энергии от свечи на расстоянии 450 км в $(450/20)^2 = 506$ раз меньше, чем от свечи на расстоянии в 20 км (**3 балла**). Соответственно, телескоп должен увеличивать световой поток «обратно» примерно в **500 раз**. (**1 балл**)

Если считать телескоп равнозрачковым и принять диаметр отверстия окуляра за 6 мм, то диаметр объектива телескопа считается из соотношения $D^2/d^2 = 500$ (**3 балла**) и получается равным **135 мм (1 балл)**.

Участники могут брать другое значение диаметра зрачка (от 5 мм до 8 мм), при правильности расчётов на оценку задачи это не влияет.

5. Галактики, некоторые звёздные скопления и туманности имеют размеры больше 10 парсек, поэтому для них абсолютная звёздная величина измеряется немного другим образом: они рассматриваются как точечный объект со светимостью, равной полной светимости всей галактики, скопления или туманности, и уже для такого объекта обычным образом измеряется абсолютная звёздная величина. Так, например, Галактика Андромеды имеет абсолютную звёздную величину -21.5^m . Определите расстояние от нашей Галактики до Галактики Андромеды, учитывая, что её видимая звёздная величина на нашем небе составляет $+3.44^m$.

Решение

Обозначим светимость Галактики на расстоянии 10 пк от нас $L_{10\text{пк}}$, светимость Галактики на расстоянии r от нас L_r , r – расстояние, на котором находится Галактика.

По формуле Погсона

$$\lg \frac{L_{10\text{пк}}}{L_r} = -0.4 \cdot (M - m), \text{ (3 балла)}$$

Отношение светимостей сводится к отношению расстояний:

$$\frac{L_{10\text{пк}}}{L_r} = \frac{r^2}{100} \text{ (2 балла)}$$

Подставим:

$$\lg \frac{r^2}{100} = -0.4 \cdot (M - m).$$

Проведя преобразования, получим:

$$0.4(m - M) = 2 \lg r - 2$$

Найдем расстояние до Галактики Андромеды:

$$r = 10^{1+0.2(m-M)} = 10^{1+0.2 \cdot (3.44+21.5)} = 972 \text{ кпк} = 3.17 \text{ млн св. лет (3 балла)}$$

6. Эффективная температура Солнца увеличилась на 10 %. На сколько процентов возросла солнечная постоянная? Как изменилась его абсолютная звёздная величина?

Решение

Светимость звезды по закону Стефана-Больцмана пропорциональна четвёртой степени её температуры (**2 балла**). Поэтому, если температура звезды возросла на 10%, то есть в 1,1 раза, а остальные параметры звезды не изменились, светимость возрастет в $1,1^4 = 1,46$ раза. (**2 балла**)

Солнечная постоянная — это количество энергии, падающее на 1 м^2 поверхности на расстоянии от Солнца в 1 а.е. Соответственно, солнечная постоянная

пропорциональна светимости Солнца (**1 балл**), и, значит, возрастёт также **в 1,46 раза, то есть на 46% (1 балл)**.

Абсолютная звездная величина Солнца по формуле Погсона будет равна $+4,72^m - 2,5 \lg 1,46 = +4,31^m$ (**2 балла**).



**Всесибирская открытая олимпиада
школьников по астрономии 2020/21 учебного года**



Очный отборочный этап

10 класс

1. Как известно, астрономической ночью называется период, когда Солнце опускается под горизонт глубже, чем на 18° . В каких регионах Земли «обычная» ночь может не сопровождаться астрономической ночью?

Решение

Чтобы «обычная» ночь не сопровождалась астрономической ночью, высота Солнца в полночь (в момент его нижней кульминации) должна быть меньше нуля, но больше, чем -18° . **(1 балл)**

На самом деле, если учитывать рефракцию и ненулевые угловые размеры Солнца, то более точные границы высоты нижней кульминации получаются от $-0,8^\circ$ до -18° , но в рамках этой задачи это не принципиально. За неучёт этих факторов баллы не снижаются.

Рассмотрим северное полушарие Земли. Очевидно, что за полярным кругом и, в частности, на полюсе, требуемое условие выполняется, поскольку там высота Солнца в течение всей ночи (например, в окрестностях дней солнцестояний) может составлять небольшое отрицательное значение. Так что нам нужно найти только южную границу требуемой зоны.

Также очевидно, что ситуация симметрична, и для южного полушария северная граница зоны будет совпадать с южной границей в северном полушарии **(2 балла)**.

Высота нижней кульминации Солнца связана с широтой наблюдателя и склонением Солнца: $h_- = \delta - (90^\circ - \varphi)$. **(2 балла)**

Склонение Солнца изменяется от $-23,4^\circ$ до $+23,4^\circ$ **(1 балл)**, но поскольку для определения южной границы нам нужны самые «светлые» ночи, рассмотрим полночь в момент летнего солнцестояния, $\delta = +23,4^\circ$ **(1 балл)**.

Получаем неравенство для высоты Солнца в полночь летнего солнцестояния:
 $-18^\circ < \delta - 66,6^\circ$, откуда $\delta > 48,8^\circ$. **(2 балла)**.

Таким образом, итоговый ответ: широта наблюдателя должна **превышать $48,8^\circ$** , ситуация реализуется **в обоих полушариях Земли**.

При учёте только северного полушария максимальная оценка составляет **6 баллов**.

2. Как изменилась бы орбита Юпитера, если бы масса Солнца внезапно утроилась?

Решение

Круговая орбита Юпитера превратится в эллиптическую **(1 балл)**. Современный радиус орбиты Юпитера R станет афелийным радиусом его новой орбиты **(1 балл)**, а орбитальная скорость $(GM/R)^{1/2}$ станет перигелийной скоростью новой орбиты **(1 балл)**.

Получаем систему уравнений:

$$R = a(1 + e) \quad (1 \text{ балл})$$

$$GM/R = (GM/R)(1 - e) \quad (3 \text{ балла})$$

Отсюда параметры новой орбиты: $e = 2/3$, $a = 3/5 R = 3.12 \text{ а.е.}$ **(1 балл)**

3. Астроном фотографирует Плутон через космический телескоп на ПЗС-матрицу, которая находится в фокальной плоскости объектива телескопа. Радиус Плутона 1200 км, расстояние до него во время фотографирования 40 а.е., апертура телескопа 2400 мм, фокусное расстояние объектива 50 м. Найдите диаметр изображения Плутона на ПЗС-матрице. Дифракцией света пренебрегите.

Решение

Плутон и его изображение находятся в двух подобных равнобедренных треугольниках в качестве их оснований. **(4 балла)**

Участник может не указать это в явном виде, но использовать в решении или отобразить на рисунке. В этих случаях этап оценивается полностью.

$$\text{Диаметр изображения равен } \frac{1200000 * 2 * 50}{40 * 150000000000} = 0,00002 \text{ м} = 0,02 \text{ мм} \quad (4 \text{ балла})$$

Если участник забыл умножить радиус на 2, этот этап оценивается не более чем в 2 балла.

4. Галактики, некоторые звёздные скопления и туманности имеют размеры больше 10 парсек, поэтому для них абсолютная звёздная величина измеряется немного другим образом: они рассматриваются как точечный объект со светимостью, равной полной светимости всей галактики, скопления или туманности, и уже для такого объекта обычным образом измеряется абсолютная звёздная величина. Так, например, Галактика Андромеды имеет абсолютную звёздную величину -21.5^m . Определите расстояние от нашей Галактики до Галактики Андромеды, учитывая, что её видимая звёздная величина на нашем небе составляет $+3.44^m$.

Решение

Обозначим светимость Галактики на расстоянии 10 пк от нас $L_{10 \text{ пк}}$, светимость Галактики на расстоянии r от нас L_r , r – расстояние, на котором находится Галактика.

По формуле Погсона

$$\lg \frac{L_{10\text{нк}}}{L_r} = -0.4 \cdot (M - m), \text{ (3 балла)}$$

Отношение светимостей сводится к отношению расстояний:

$$\frac{L_{10\text{нк}}}{L_r} = \frac{r^2}{100} \text{ (2 балла)}$$

Подставим:

$$\lg \frac{r^2}{100} = -0.4 \cdot (M - m).$$

Проведя преобразования, получим:

$$0.4(m - M) = 2 \lg r - 2$$

Найдем расстояние до Галактики Андромеды:

$$r = 10^{1+0.2(m-M)} = 10^{1+0.2 \cdot (3.44+21.5)} = 972 \text{ кпк} = 3.17 \text{ млн св. лет (3 балла)}$$

5. В звёздном скоплении 10^4 звезд с видимой звёздной величиной 3^m и 10^5 звёзд с видимой звёздной величиной 4^m . Найдите суммарную видимую звёздную величину этого скопления.

Решение

Обозначим освещённость от звезды с видимой звёздной величиной 4^m за E . Тогда освещённость от звезды 3^m будет равна $2.5E$ (2 балла).

Суммарная освещённость от всех звёзд скопления будет равна $E_{\text{ск}} = 10^5 E + 10^4 \cdot 2.5E = 1.25 \cdot 10^5 E$. (2 балла)

По формуле Погсона $(4 - m_{\text{ск}}) = 2.5 \lg (1.25 \cdot 10^5)$ (3 балла) $= 12.7$.

Значит, видимая звёздная величина скопления равна -8.7^m (1 балл). Конечно, таких скоплений на земном небе нет, а жаль.

6. Космонавт на орбите Земли рассыпал шелуху от семечек. Какая будет средняя равновесная температура у кусочка шелухи, если геометрическое альбедо его внутренней стороны равно 0,7, а внешней – 0,2?

Решение

Плотность потока энергии Солнца на расстоянии 1 а.е. задана в справочных данных и равна примерно 1370 Вт/м^2 .

Допустим, кусочек шелухи вращается (скорее всего, так и будет) и половину времени направлен к Солнцу «светлой» стороной, а половину времени – «тёмной». Для оценки примем, что в течение этих половинок периода поверхность кусочка перпендикулярна солнечным лучам, и поток энергии примерно одинаковый. (2 балла)

В «светлый период» плотность поглощаемого потока энергии равна $E_{\text{св}} = 1370 \text{ Вт/м} \cdot 0,3$ (1 балл), а в «тёмный период» $E_{\text{т}} = 1370 \text{ Вт/м} \cdot 0,8$ (1 балл). Средняя плотность потока получается равной $1370 \cdot 0,55 = 750 \text{ Вт/м}^2$. (1 балл)

Площадь излучения в два раза превышает площадь поглощения, поэтому равенство поглощаемого и испускаемого потока по закону Стефана-Больцмана будет выглядеть так:

$$\sigma T_{\text{ср}}^4 \cdot 2S = 750 \cdot S, \text{ (2 балла)}$$

откуда $T_{\text{ср}} = 285 \text{ К}$ (1 балл).



**Всесибирская открытая олимпиада
школьников по астрономии 2020/21 учебного года**



Очный отборочный этап

11 класс

1. Как известно, астрономической ночью называется период, когда Солнце опускается под горизонт глубже, чем на 18° . В каких регионах Земли «обычная» ночь не всегда сопровождается астрономической ночью?

Решение

Чтобы «обычная» ночь не сопровождалась астрономической ночью, высота Солнца в полночь (в момент его нижней кульминации) должна быть меньше нуля, но больше, чем -18° . **(1 балл)**

На самом деле, если учитывать рефракцию и ненулевые угловые размеры Солнца, то более точные границы высоты нижней кульминации получаются от $-0,8^\circ$ до -18° , но в рамках этой задачи это не принципиально. За неучёт этих факторов баллы не снижаются.

Рассмотрим северное полушарие Земли. Очевидно, что за полярным кругом и, в частности, на полюсе, требуемое условие выполняется, поскольку там высота Солнца в течение всей ночи (например, в окрестностях дней солнцестояний) может составлять небольшое отрицательное значение. Так что нам нужно найти только южную границу требуемой зоны.

Также очевидно, что ситуация симметрична, и для южного полушария северная граница зоны будет совпадать с южной границей в северном полушарии **(2 балла)**.

Высота нижней кульминации Солнца связана с широтой наблюдателя и склонением Солнца: $h_- = \delta - (90^\circ - \varphi)$. **(2 балла)**

Склонение Солнца изменяется от $-23,4^\circ$ до $+23,4^\circ$ **(1 балл)**, но поскольку для определения южной границы нам нужны самые «светлые» ночи, рассмотрим полночь в момент летнего солнцестояния, $\delta = +23,4^\circ$ **(1 балл)**.

Получаем неравенство для высоты Солнца в полночь летнего солнцестояния:
 $-18^\circ < \delta - 66,6^\circ$, откуда $\delta > 48,8^\circ$. **(2 балла)**.

Таким образом, итоговый ответ: широта наблюдателя должна **превышать $48,8^\circ$** , ситуация реализуется **в обоих полушариях Земли**.

При учёте только северного полушария максимальная оценка составляет **6 баллов**.

2. Допустим, что наклонение орбит галилеевых спутников Юпитера и угол наклона орбиты самого Юпитера к плоскости эклиптике малы и их можно принять за 0° . Определите, можно ли на космической станции в верхних слоях атмосферы Юпитера наблюдать полные солнечные затмения галилеевскими спутниками? Если да, какие спутники «обеспечивают» такие затмения, и сколько раз в год можно такие затмения наблюдать?

Решение

Для того, чтобы произошло полное Солнечное затмение, необходимо, чтобы угловой диаметр спутника был больше или равен угловому диаметру Солнца. Если угловой диаметр спутника меньше, чем у Солнца, возможны только частные солнечные затмения. **(1 балл)**

Вычислим угловые диаметры:

$$\varphi_i = \frac{D_i \cdot 206265''}{a_i} = \frac{1390 \cdot 10^3 \cdot 206265''}{2769.29 \cdot 10^6} = 103.5'' = 1.72'$$

Где D_i – диаметр спутника (Солнца) в км, a_i – большая полуось орбиты спутника (Юпитера) в км, φ_i – угловой диаметр спутника (Солнца) в секундах дуги.

Для Солнца:

$$\varphi_c = \frac{D_c \cdot 206265''}{a_{\text{Ю}}} = \frac{1390 \cdot 10^3 \cdot 206265''}{5.2 \cdot 1.5 \cdot 10^8} = 367.575'' = 6.126'$$

Для спутников:

$$\varphi_{\text{Ио}} = \frac{D_{\text{Ио}} \cdot 206265''}{a_{\text{Ио}}} = \frac{1815 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 206265''}{421800} = 1775'' = 29.583'$$

$$\varphi_{\text{Европа}} = \frac{D_{\text{Европа}} \cdot 206265''}{a_{\text{Европа}}} = \frac{1569 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 206265''}{671100} = 964.476'' = 16.075'$$

$$\varphi_{\text{Ганимед}} = \frac{D_{\text{Ганимед}} \cdot 206265''}{a_{\text{Ганимед}}} = \frac{2631 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 206265''}{1070400} = 1014'' = 16.9'$$

$$\varphi_{\text{Каллисто}} = \frac{D_{\text{Каллисто}} \cdot 206265''}{a_{\text{Каллисто}}} = \frac{2400 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 206265''}{1882800} = 525.851'' = 8.764'$$

Таким образом, угловые диаметры всех спутников больше углового диаметра Солнца, следовательно, на Юпитере возможны полные солнечные затмения. **(4 балла)**

Юпитерианский год равен 11.862 земных года (из справочных данных). Вычислим сидерические периоды спутников из обобщенного закона Кеплера

$$\frac{(M_{\text{Земли}} + M_{\text{Луны}}) \cdot T_{\text{Луны}}^2}{(M_{\text{Юпитера}} + M_{\text{спутника}}) \cdot T_{\text{спутника}}^2} = \frac{a_{\text{Луны}}^3}{a_{\text{спутника}}^3},$$

Или возьмем эти значения из справочных данных:

$$T_{\text{Ио}} = 1.769 \text{ земных суток}, T_{\text{Европы}} = 3.55 \text{ земных суток},$$

$$T_{\text{Ганимеда}} = 7.155 \text{ земных суток}, T_{\text{Каллисто}} = 16.689 \text{ земных суток}.$$

Поскольку эти периоды намного меньше юпитерианского года, синодические периоды спутников примерно равны сидерическим. Найдем примерное количество Солнечных затмений, разделив юпитерианский год на периоды спутников:

$$\text{- для Ио: } \frac{11.862 \text{ лет} \cdot 365 \text{ суток}}{1.769 \text{ суток}} = 2448$$

- для Европы: $\frac{11.862 \text{ лет} \cdot 365 \text{ суток}}{3.55 \text{ суток}} = 1220$
- для Ганимеда: $\frac{11.862 \text{ лет} \cdot 365 \text{ суток}}{7.155 \text{ суток}} = 605$
- для Каллисто: $\frac{11.862 \text{ лет} \cdot 365 \text{ суток}}{16.689 \text{ суток}} = 259$

(3 балла).

3. Какую надбавку скорости нужно придать Земле, чтобы её орбита стала эллипсом, а максимальное расстояние до Солнца равнялось среднему расстоянию от Солнца до Марса?

Решение

Для новой орбиты изначальное расстояние Земли от Солнца (1 а.е.) будет перигелийным расстоянием, а радиус орбиты Марса (1,5 а.е.) — афелийным расстоянием. **(2 балла).**

Отсюда большая полуось новой орбиты равна $a = (1+1,5)/2 = 1,25$ а.е. **(1 балл)**, а эксцентриситет равен $e = (a - R_{\text{п}}) / a = 0,2$. **(1 балл)**

Перигелийная скорость на новой орбите равна $V = (GM/R_{\text{п}})^{1/2} \cdot (1 + e)^{1/2} = 32,6$ км/с **(2 балла)**. Соответственно, поскольку орбитальная скорость Земли равна 29,8 км/с, нужная добавка к скорости равна **2,8 км/с (2 балла)**.

4. Астроном фотографирует Плутон через космический телескоп на ПЗС-матрицу, которая находится в фокальной плоскости объектива телескопа. Радиус Плутона 1200 км, расстояние до него во время фотографирования 40 а.е., апертура телескопа 2400 мм, фокусное расстояние объектива 50 м. Найдите диаметр изображения Плутона на ПЗС-матрице. Дифракцией света пренебрегите.

Решение

Плутон и его изображение находятся в двух подобных равнобедренных треугольниках в качестве их оснований. **(4 балла)**

Участник может не указать это в явном виде, но использовать в решении или отобразить на рисунке. В этих случаях этап оценивается полностью.

Диаметр изображения равен $\frac{1200000 \cdot 2 \cdot 50}{40 \cdot 150000000000} = 0,00002 \text{ м} = 0,02 \text{ мм}$ **(4 балла)**

Если участник забыл умножить радиус на 2, этот этап оценивается не более чем в 2 балла.

5. Звезда спектрального класса B0 с радиусом, равным солнечному, и массой 1,5 массы Солнца обладает системой из нескольких экзопланет. Оцените продолжительность года на планетах, находящихся в зоне обитаемости.

Решение

Температура звезды класса B0 составляет около 30 тыс. К, что примерно в 5 раз больше температуры поверхности Солнца (**2 балла**).

Поскольку радиус звезды равен солнечному, светимость звезды будет превышать светимость Солнца в $5^4 = 625$ раз. (**1 балл**)

Соответственно, для того, чтобы поток энергии на планету был примерно равен потоку энергии от Солнца на Землю, планета должна быть в $625^{1/2} = 25$ раз дальше от звезды, чем Земля от Солнца, то есть её радиус орбиты должен составлять порядка 25 а.е. (**2 балла**).

Из третьего закона Кеплера в системе единиц «а.е. – земной год – масса Солнца» $T^2 = R^3 M$ (**2 балл**), поэтому $T = (1,5 \cdot 25^3)^{1/2} = 153$ земных года (**1 балл**).

Продолжительность года можно также посчитать из обобщённого закона Кеплера, подставив все величины в системе СИ. При правильности расчётов за это ставится полный балл.

Если участник пользуется законом Кеплера в виде $T^2 = R^3$, забывая про отличающуюся от солнечной массу звезды, максимальная оценка за задачу составляет 5 баллов.

6. На южном полюсе Земли построили высокое цилиндрическое здание, стены которого покрасили в чёрный цвет (альбедо = 0.1). Оцените, какая температура установится внутри здания в день декабрьского солнцестояния? Считать, что здание хорошо теплоизолировано (потерями энергии на теплопроводность пренебречь), а погода ясная.

Решение

Поскольку здание высокое, а солнце на полюсе довольно низко над горизонтом даже в день солнцестояния, пренебрежём потоком энергии на крышу цилиндра, оставив в расчётах только его боковую сторону. Попытки участников учесть поток на крышу вызывают уважение, но баллов не добавляют.

В день декабрьского солнцестояния на южном полюсе высота Солнца постоянна и равна $+23,4^\circ$ (**1 балл**).

С точки зрения падающих лучей Солнца проекция цилиндра на перпендикулярную им плоскость — это прямоугольник с шириной, равной диаметру цилиндра $2R$, и высотой, равной, $H \cdot \cos 23,4^\circ$. (**2 балла**)

Плотность потока солнечной энергии на расстоянии орбиты Земли приведена в справочных данных и составляет около 1360 Вт/м^2 . Понятно, что часть этого потока рассеивается атмосферой, поэтому плотность потока, доходящего до поверхности («погода ясная»), можно оценить примерно в 1000 Вт/м^2 (**1 балл**).

Разброс в этой оценке до 20% (от 800 до 1200 Вт/м²) не приводит к снятию балла. При использовании в расчётах величины 600 Вт/м², соответствующей потоку только видимого излучения, этот балл не ставится, дальнейшие этапы оцениваются в полной мере.

Общий поток энергии, падающей на здание, равен $E = 2R \cdot H \cdot \cos 23,4^\circ \cdot 1000 \text{ Вт/м}^2$. **(1 балл)**

Поглощённый поток равен $E \cdot 0,9 = 2R \cdot H \cdot \cos 23,4^\circ \cdot 900 \text{ Вт/м}^2$. **(1 балл)**.

При термодинамическом равновесии поглощённый поток должен совпадать с потоком излучённым, который равен $W = \sigma T^4 \cdot 2\pi R H$. **(1 балл)**

Отсюда $2R \cdot H \cdot \cos 23,4^\circ \cdot 900 \text{ Вт/м}^2 = \sigma T^4 \cdot 2\pi R H$, и **$T = 260 \text{ К} = -13^\circ\text{С}$** . **(1 балл)**